SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

SEMESTRAL

UNI





Álgebra

Tema: Función inversa

Docente: Segundo Heli Chiroque Reyes

academiacesarvallejo.edu.pe

1. Sean las funciones $f: A \longrightarrow B$; $f(x) = x - 2$ biyectiva; además $g: B \longrightarrow \langle 4; 10 \rangle$; $g(x) = 3x + 1$; sobreyectiva. Halle el número de elementos enteros del conjunto A.

A) 1 B) 2 C) 0
D) 4 E) 3

Resolución

* $f: A \rightarrow B$ (A: Dominio; B: Rango)

$f(x) = x - 2$

* $g: B \rightarrow \langle 4; 10 \rangle$ (B: Dominio; $\langle 4; 10 \rangle$: Rango)

$g(x) = 3x + 1$

$4 < 3x + 1 < 10$

$3 < 3x < 9$

$1 < x < 3$

$\therefore B = \langle 1; 3 \rangle$

Luego

$f: A \rightarrow \langle 1; 3 \rangle$ $f(x) = x - 2$

$1 < x - 2 < 3$

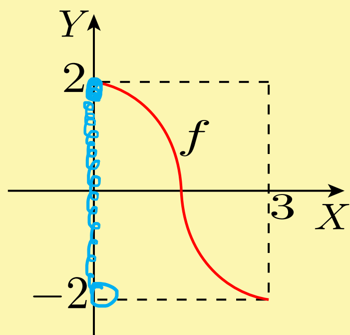
$3 < x < 5$

$\therefore A = \langle 3; 5 \rangle$

en $\mathbb{Z}$: 4

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

2. La gráfica de la función biyectiva $f\colon\ [0;\ 3\rangle \longrightarrow \langle a; b]$ es



Rango

$R_f = \langle -2; 2]$

$a = -2$

$b = 2$

V I. $a^b + b^a = 17/4$.

F II. $|f|$ es inyectiva, $\forall x \in \text{Dom}(f)$.

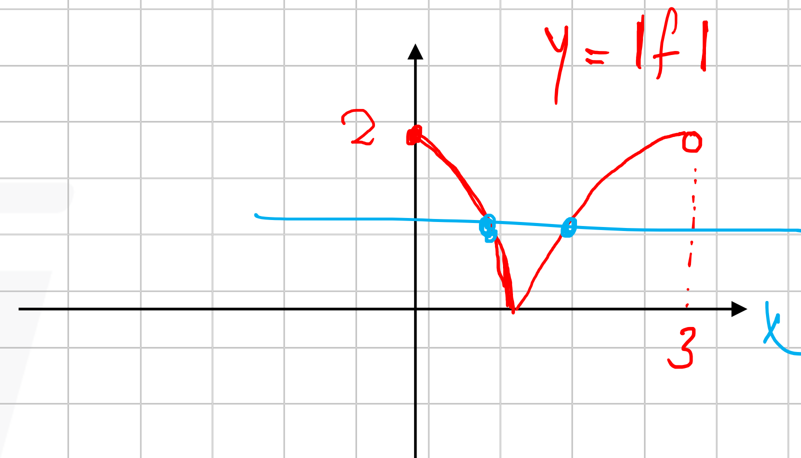
III. Si $h(x) = f(2-x)$, entonces $-h$ es creciente.

Indique cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas

A) solo I B) I y II C) solo II

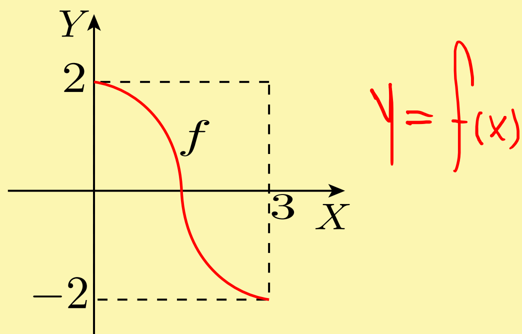
D) solo III E) I y III

Resolución



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

2. La gráfica de la función biyectiva f: $[0;\ 3\rangle \longrightarrow \langle a; b]$ es



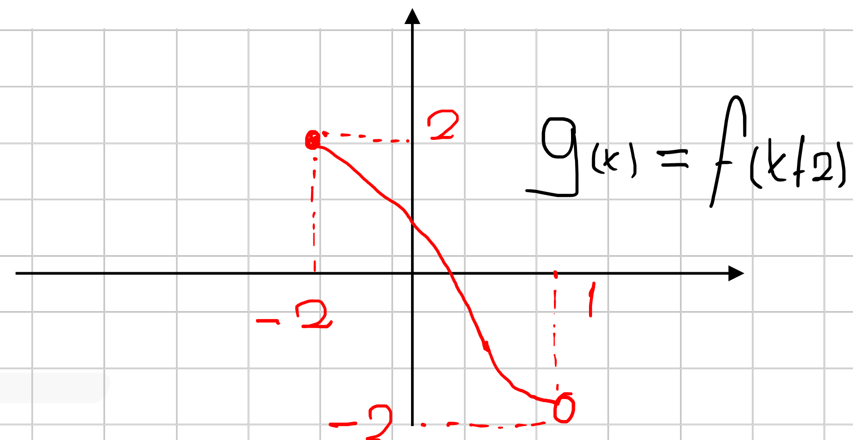
√ I. $a^b + b^a = 17/4$.

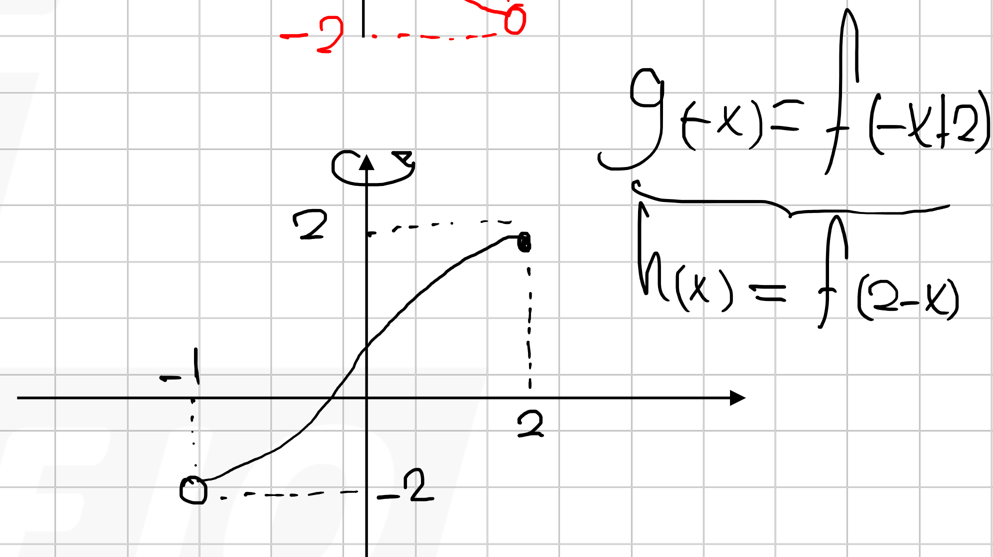
F II. $|f|$ es inyectiva, $\forall x \in \text{Dom}(f)$.

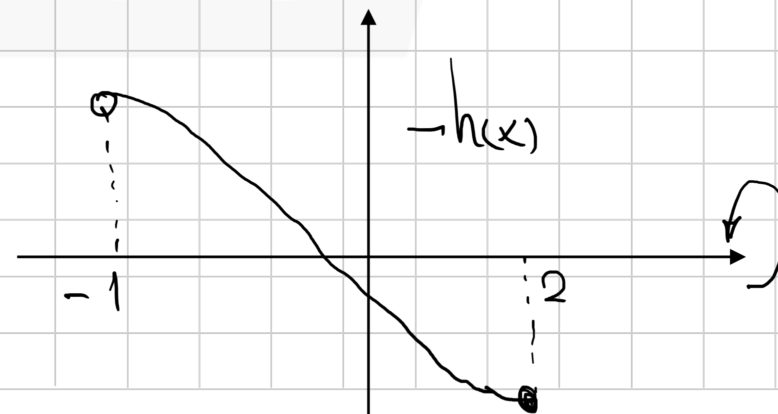
F III. Si $h(x) = f(2-x)$, entonces $-h$ es creciente.

Indique cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas

A) solo I
B) I y II
C) solo II
D) solo III
E) I y III







ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

3. Determine la inversa de la función

$$f(x)=\frac{2x+2}{x+5},\qquad x\geq 3$$

A) $f^*(x)=\frac{5x-2}{2+x};\quad x\in\langle 1;+\infty\rangle$

B) $f^*(x)=\frac{5x+2}{2-x};\quad x\in\langle -\infty,2\rangle$

C) $f^*(x)=\frac{5x-2}{2-x};\quad x\in[1;2\rangle$

D) $f^*(x)=\frac{2x-5}{2+x};\quad x\in[1;2\rangle$

E) $f^*(x)=\frac{x-5}{2+x};\quad x\in\langle -\infty;2]$

Resolución

$y=\left(\frac{2x+2}{x+5}-2\right)+2 \qquad x\geq 3$

$y=\frac{-8}{x+5}+2$

$x\geq 3$

$x+5\geq 8$

$0<\frac{1}{x+5}\leq\frac{1}{8}$

$\frac{8}{x+5}=2-y$

$0>\frac{-8}{x+5}\geq -1$

$\frac{x+5}{8}=\frac{1}{2-y}$

$2>f(x)\geq 1$

$R_f=[1;2\rangle$

$x+5=\frac{8}{2-y}$

$x=\frac{5y-2}{2-y}$

$\therefore f^*(x)=\frac{5x-2}{2-x};\quad x\in[1;2\rangle$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

4. Determine la función inversa de

$$f(x) = 4x^2 - 8x + 1, \qquad x < \frac{1}{2}$$

A) $f^*(x) = 1 - \frac{\sqrt{x+2}}{3}; \quad x > 1$

B) $f^*(x) = 1 + \frac{\sqrt{x+3}}{2}; \quad x < 0$

C) $f^*(x) = 1 - \frac{\sqrt{x-3}}{2}; \quad x \leq \frac{1}{2}$

D) $f^*(x) = 1 - \frac{\sqrt{x+3}}{2}; \quad x > -2$

E) $f^*(x) = 1 + \frac{\sqrt{x+3}}{2}; \quad x < \frac{1}{2}$

Resolución

$y = (2x-2)^2 - 3 \quad ; \quad x < \frac{1}{2}$

$2x < 1$

$2x - 2 < -1$

$\mathcal{E}^2: (2x-2)^2 > 1$

$\underbrace{(2x-2)^2 - 3}_{f(x)} > -2$

$\therefore R_f > -2$

$(2x-2)^2 = y+3$

$\underbrace{2x-2}_{(-)} = \sqrt{y+3} \quad \vee \quad \underbrace{2x-2}_{(-)} = -\sqrt{y+3}$

$2x - 2 = -\sqrt{y+3}$

$2x = 2 - \sqrt{y+3}$

$x = 1 - \frac{\sqrt{y+3}}{2}$

$\therefore f^*(x) = 1 - \frac{\sqrt{x+3}}{2} \quad ; \quad x > -2$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

5. Determine la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F).

V I. Si f es creciente entonces f^* es creciente.

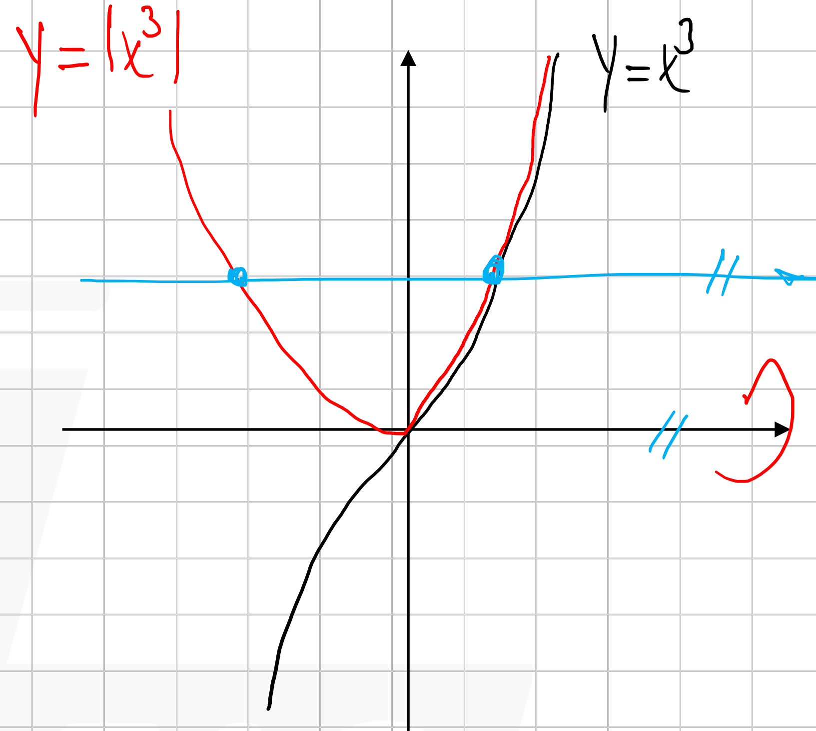
V II. Si f es decreciente entonces f^* es decreciente.

F III. Si f es inyectiva entonces $|f|$ es inyectiva.

A) VVF B) FFV C) VFV

D) FFF E) VFF

Resolución



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

6. Sea $\boldsymbol{f}(x) = \frac{4x+3}{5x-2}$, $|x| < 2 \wedge x \neq \frac{2}{5}$ y

$Dom(f^*) = \langle -\infty; a\rangle \cup \langle b; +\infty\rangle;\ a < b.$

Calcule el valor de $144a^2 + 64b^2$.

A) 100 B) ~~126~~ 146 C) 60

D) 90 E) 140

Resolución

$$f(x) = \frac{4x+3}{5x-2} - \frac{4}{5} + \frac{4}{5} \quad ; -2 < x < 2$$

$$f(x) = \frac{23}{25x-10} + \frac{4}{5}$$

$$-2 < x < 2 \qquad x \neq \frac{2}{5}$$

$$-50 < 25x < 50$$

$$-60 < 25x-10 < 40$$

$$-60 < 25x-10 < 0 \ \vee\ 0 < 25x-10 < 40$$

(−) (+)

$$-\frac{1}{60} > \frac{1}{25x-10} \ \vee\ \frac{1}{25x-10} > \frac{1}{40}$$

$$-\frac{23}{60} > \frac{23}{25x-10} \ \vee\ \frac{23}{25x-10} > \frac{23}{40}$$

$$\frac{4}{5} - \frac{23}{60} > f(x) \ \vee\ f(x) > \frac{23}{40} + \frac{4}{5}$$

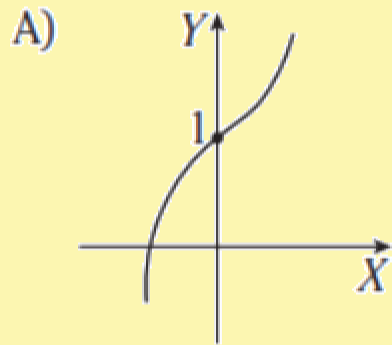
$\frac{4}{5} - \frac{23}{60} \rightarrow a$ $\frac{23}{40} + \frac{4}{5} \rightarrow b$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

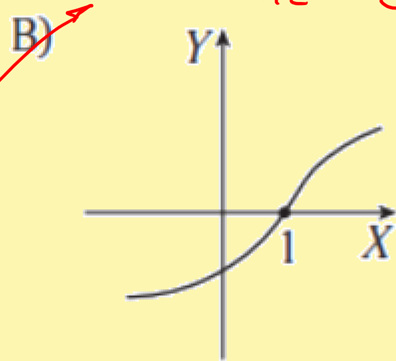
7. Determine la gráfica de f^* si $f(x) = x^3 + x + 1$

creciente creciente

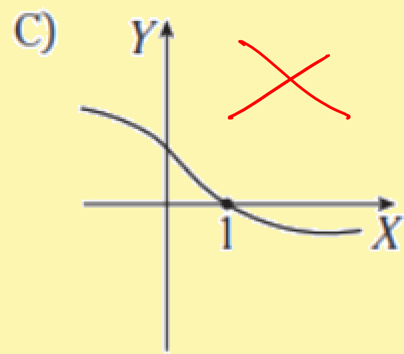
A)



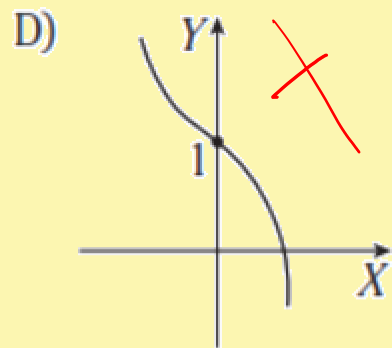
B)



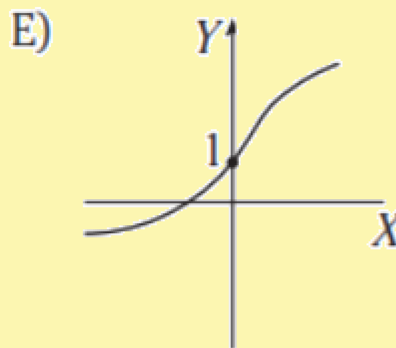
C)



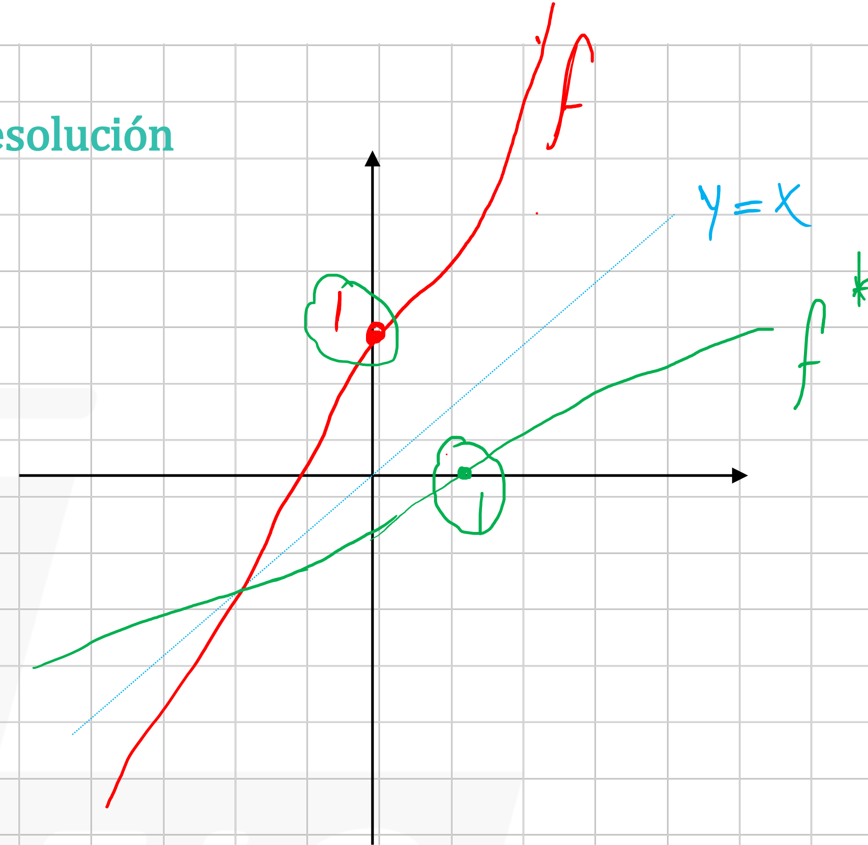
D)



E)



Resolución



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

8. Señale la alternativa que presenta la secuencia correcta, después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F).

V I. Existen funciones sobreyectivas que son inyectivas

II. Existen funciones de $\mathbb{N}$ en $\mathbb{Z}$ que son biyectivas.

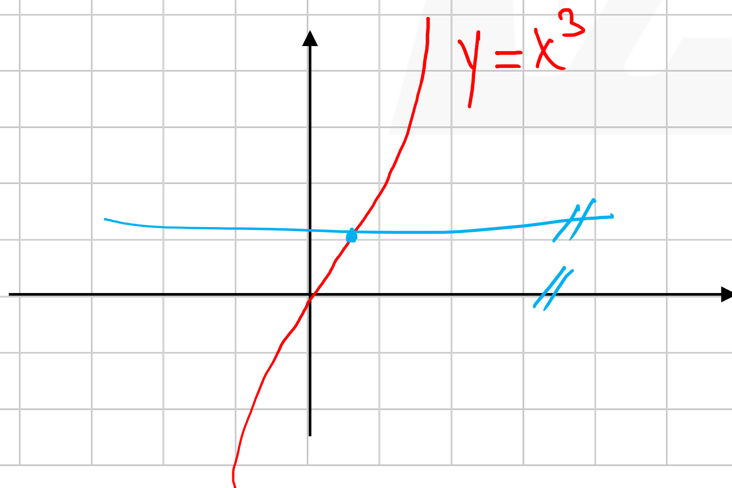
III. La suma de dos funciones impares es impar.

A) VVV B) VVF C) FVF

D) FFV E) FFF

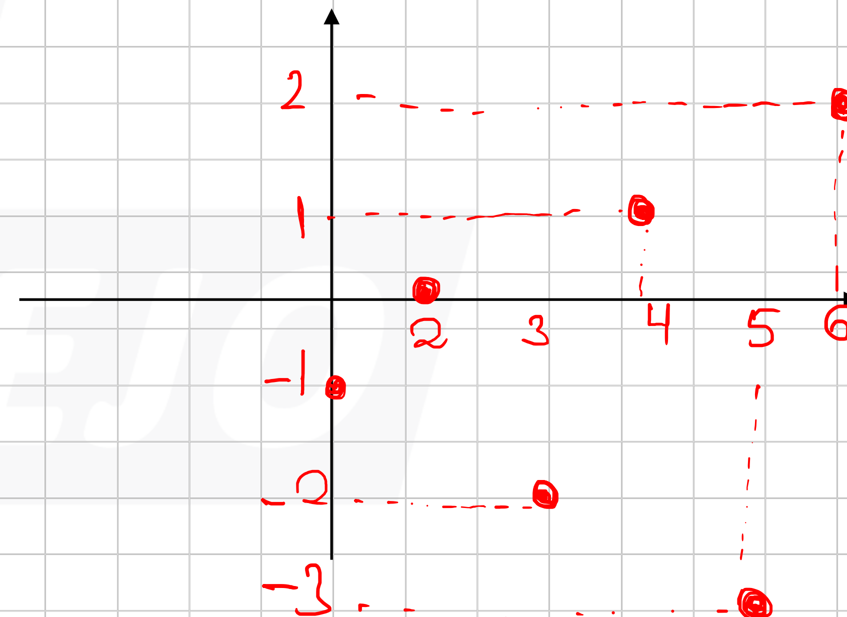
Resolución

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$



II) $f: \mathbb{N} \to \mathbb{Z}$ rango

$$f_{(x)} = \begin{cases} \frac{x}{2} - 1 & ; x \text{ par} \\ -\frac{(x+1)}{2} & ; x \text{ impar} \end{cases}$$



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

9. Determine la función inversa de

$$f(x) = x - \frac{1}{x}; \quad x < 0$$

A) $f^*(x) = \frac{x+\sqrt{x^2+4}}{2}; \quad x < 0$

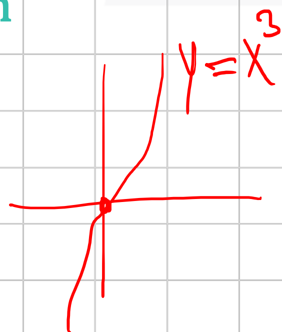
B) $f^*(x) = \frac{x+\sqrt{x^2+4}}{2}; \quad x > 0$

C) $f^*(x) = \frac{x-\sqrt{x^2+4}}{2}; \quad x \in \mathbb{R}$

D) $f^*(x) = \frac{x-\sqrt{x^2+4}}{2}; \quad x > 0$

E) $f^*(x) = \frac{x-\sqrt{x^2+2}}{2}; \quad x < 0$

Resolución



$f(x) = x - \frac{1}{x}$; $x < 0$

Sea $x = -1$: $y = \underbrace{(-1) - (-1)}_{0}$ → imagen

$y = \frac{x^2-1}{x}$

$xy = x^2 - 1 \Rightarrow x^2 - xy - 1 = 0$

$x = \frac{-(-y) \pm \sqrt{(-y)^2 - 4(1)(-1)}}{2}$

$x = \frac{y + \sqrt{y^2+4}}{2}$ ∨ $x = \frac{y - \sqrt{y^2+4}}{2}$

$-1 = \frac{0 + \sqrt{0+4}}{2}$

$-1 = 2$ ✗

$f^*(x) = \frac{x - \sqrt{x^2+4}}{2}$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:
academiacesarvallejo.edu.pe